

**Гуляев Г.М.**

**Математика и программирование**

**Доказательство при помощи компьютера**

Экспериментальная математика



## Задача об укорачиваемых простых

- ❖ Назовем простое число **укорачиваемым слева**, если в его десятичной записи нет цифры **0** и оно остается простым при удалении его цифр **слева**. Например, **1523**:  
1523, 523, 23, 3 - все простые  
0 исключается, чтобы избежать случаев типа: **100000...03**
- ❖ Аналогично, простое число будет называться **укорачиваемым справа**, если оно остается простым при удалении его цифр **справа**. Например, **3733**:  
3733, 373, 37, 3 - все простые.
- ❖ Простое число будет называться **укорачиваемым**, если оно является укорачиваемым и слева и справа. Например, **3137**:  
3137, 137, 37, 7, 313, 31, 3 - все простые
- ❖ Вопрос: бесконечно ли множество укорачиваемых слева, справа ну и просто укорачиваемых чисел?

# Первые функции для поиска и анализа

```
function left(p)
```

```
    l = reverse(digits(p))
```

```
    !(0 in l) || return false
```

```
    n = length(l)
```

```
    for i in 1:n
```

```
        x = parse(Int64,join(l[i:n]))
```

```
        if !isprime(x)
```

```
            return false
```

```
        end
```

```
    end
```

```
    true
```

```
end
```

```
function right(p)
```

```
    l = reverse(digits(p))
```

```
    !(0 in l) || return false
```

```
    n = length(l)
```

```
    for i in 0:n-1
```

```
        x = parse(Int64,join(l[1:n-i]))
```

```
        if !isprime(x)
```

```
            return false
```

```
        end
```

```
    end
```

```
    true
```

```
end
```

```
lr(p) = left(p)&&right(p)
```

# Результаты исследования

❖ Найдено 15 укорачиваемых простых:

2, 3, 5, 7, 23, 37, 53, 73, 313, 317, 373, 797, 3137, 3797, 739397

❖ Найдено 83 укорачиваемых справа

2, 3, 5, 7, 23, 29, 31, 37, 53, 59, 71, 73, 79, 233, 239, ... , 59393339, 73939133

❖ Как доказать что других нет?

❖ Левых значительно больше, продолжить вычисления этим способом не удастся из-за растущего объема данных.

2, 3, 5, 7, 13, 17, 23, 37, 43, 47, 53, 67, 73, 83, 97, ... , 99962683, 99979337, ...

## Поиски доказательства

- ❖ Фактически укороченные простые должны быть слеплены из однозначных, двузначных, трехзначных и т. д. укороченных простых
- ❖ Первая цифра может быть **2,3,5,7** последняя только **3,5,7**
- ❖ Двузначные простые:  
11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97
- ❖ В начале может быть: **23, 29, 31, 37, 53, 59, 71, 73, 79**
- ❖ В конце может быть: **13, 17, 23, 37, 43, 47, 53, 67, 73, 83, 97**
- ❖ Рассмотрим комбинации:  $23^{**}13, 23^{**}17, \dots, 79^{**}97$
- ❖ Стыкуются по общей цифре **11** штук: 237, 297, 313, 317, 373, 537, 597, 713, 717, 737, 797
- ❖ Из них простых только **4**: 313, 317, 373, 797
- ❖ Для трех и более начальных и конечных цифр все уже не так просто

## Помощь компьютера

- ❖ А пусть компьютер сам будет нам лепить эти числа.
- ❖ Проще всего доказывать конечность отдельно для левых и правых.
- ❖ Если хотя бы одна последовательность конечна, то конечна и их общая часть (укорачиваемые).
- ❖ Начнем с правых, будем их конструировать, перебирая все возможные варианты (добавляя в конец **1,3,7,9**).
- ❖ Если процесс построения новых чисел на основе существующих завершится, то и будет доказана конечность последовательности.
- ❖ Проверка правильности доказательства сводится к проверке самой программы, не допущена ли там ошибка?
- ❖ Если нет, то можно считать утверждение о конечности доказанным.

# Программы генерации (лепки) чисел

```
function getright()
  r(n) = reverse(digits(n))
  a = [2,3,5,7]; b = [1,3,7,9]; k = 0
  while length(a)>0
    println(a)
    k+=length(a)
    c = Vector{Int64}()
    for p in a, q in b
      x = parse(Int64,join([p,q]))
      if isprime(x) push!(c,x) end
    end
    a = c
  end
  k
end
```

```
function getleft()
  r(n) = reverse(digits(n))
  a = [2,3,5,7]; b = 1:9; k = 0
  while length(a)>0
    println(a)
    println("")
    k+=length(a)
    c = Vector{Int128}()
    for p in a, q in b
      x = parse(Int128,join([q,p]))
      if isprime(x) push!(c,x) end
    end
    a = c
  end
  k
end
```

# Результаты

- ❖ Все последовательности конечны
- ❖ Найдено 4260 укорачиваемых слева, максимальное:  
357686312646216567629137
- ❖ Ссылки на внешние интернет-ресурсы о **truncatable primes**:

<https://oeis.org/A020994>

<http://www.worldofnumbers.com/truncat.htm>

<https://www.ams.org/journals/mcom/1977-31-137/S0025-5718-1977-0427213-2/S0025-5718-1977-0427213-2.pdf>



Спасибо за внимание!

[www.altailand.ru](http://www.altailand.ru)

